

### DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů  
Hranice úspěšnosti: 33 %

#### 1 Základní informace k zadání zkoušky

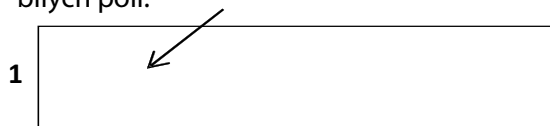
- Didaktický test obsahuje 23 úloh.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je uveden na záznamovém archu.
- Povolené pomůcky: psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulátor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi pište do záznamového archu.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří úlohy otevřené.
- Ve druhé části (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je právě jedna odpověď správná.
- Za nesprávnou nebo neuvedenou odpověď se **neudělují záporné body**.

#### 2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše dostatečně silně a nepřerušovaně.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

#### 2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **pište čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

#### 2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvíte pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.
- Pokud zakřížkujete více než jedno pole, bude vaše odpověď považována za nesprávnou.

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 1–2

Je dán číselný výraz:

$$16 \cdot 4^{99} \cdot 8^{101}$$

(CERMAT)

**1 bod**

- 1** Výraz zapište jako mocninu čísla 2.

**1 bod**

- 2** Výraz zapište jako mocninu přirozeného čísla s největším možným prvočíselným exponentem.

---

**1 bod**

- 3** Pro  $a \in \mathbb{R} \setminus \{1; -1\}$  proveďte:

$$(a^{12} + 2a^{10} - a^2 - 2) : (a^{10} - 1) =$$

#### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Žáci jedné třídy chtějí paní učitelce věnovat lístek do divadla. Jestliže každý z nich přispěje 12 korunami, k zakoupení lístku jim bude chybět 34 korun. Přispěje-li každý žák 15 korunami, zbude jim 50 Kč. Nakonec se žáci dohodli, že každý přinese 14 korun.

(CERMAT)

**max. 3 body**

**4** Vypočtěte, kolik korun třídě zbude po zakoupení lístku.

**V záznamovém archu** uveďte celý **postup řešení**.

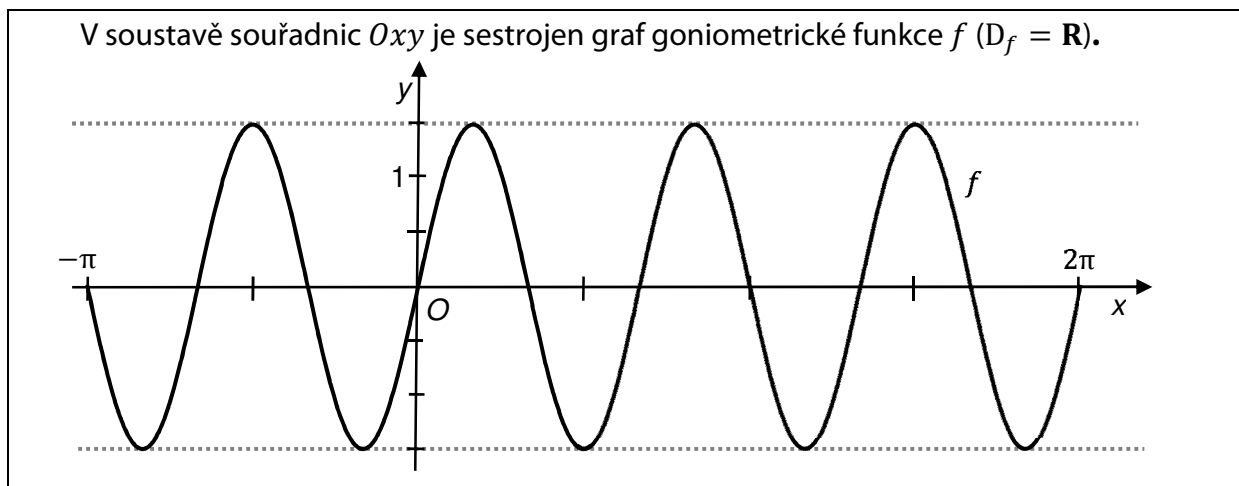
---

**max. 2 body**

**5** Pro  $a \in \mathbb{R}_0^+ \setminus \{4\}$  zjednodušte výraz:

$$\frac{(2 + \sqrt{a})^2}{4 - a} - \frac{2\sqrt{a}}{2 - \sqrt{a}} =$$

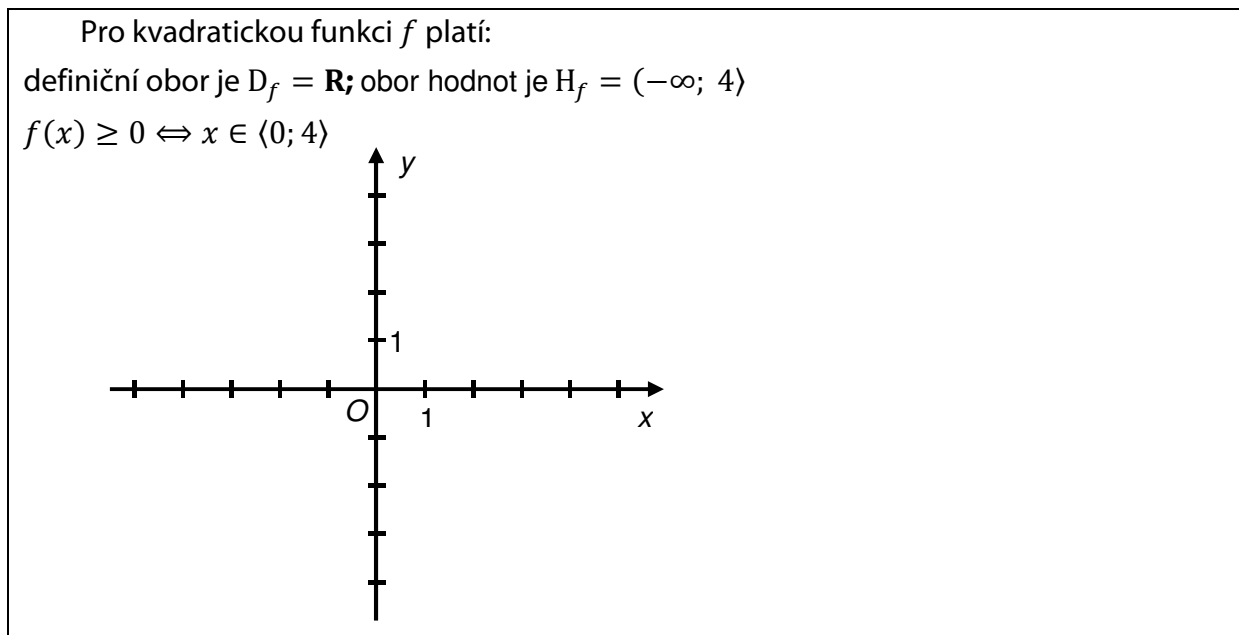
### VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 6



max. 2 body

6 Zapište předpis funkce  $f$ .

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7



max. 3 body

7

7.1 Sestrojte graf funkce  $f$ .

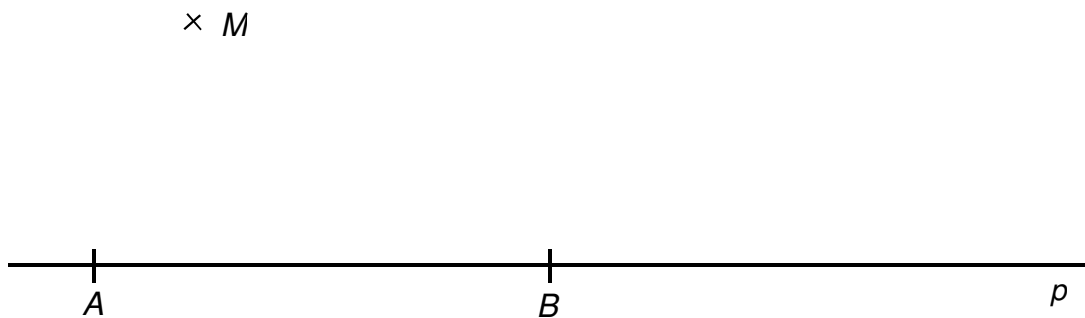
**V záznamovém archu** obtáhněte graf **propisovací tužkou**.

7.2 Zapište souřadnice vrcholu  $V$  grafu funkce  $f$ .

7.3 Uveďte předpis funkce  $f$ .

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině je umístěna přímka  $p$ , na ní dva různé body  $A, B$  a bod  $M$ , který na přímce  $p$  neleží.



(CERMAT)

max. 4 body

8

- 8.1 V polorovině  $pM$  najděte vrchol  $C$  trojúhelníku  $ABC$  s vnitřním úhlem  $\gamma = 45^\circ$  při vrcholu  $C$ , jestliže bod  $M$  leží na těžnici  $t_c$  (těžnice z vrcholu  $C$ ).

**Provedte náčrtek, rozbor a konstrukci.**

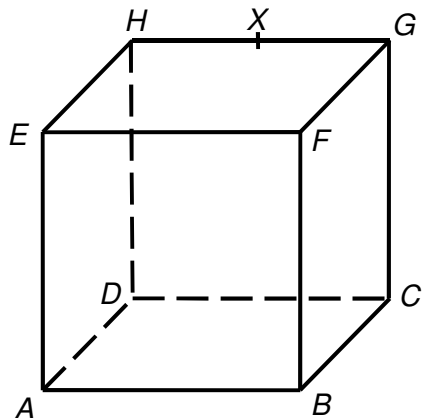
- 8.2 V polorovině  $pM$  najděte vrchol  $C^*$  trojúhelníku  $ABC^*$  s vnitřním úhlem  $\gamma = 45^\circ$  při vrcholu  $C^*$ , jestliže bod  $M$  leží **uvnitř** trojúhelníku na těžnici  $t_b$  (těžnice z vrcholu  $B$ ).

**Provedte náčrtek, rozbor a konstrukci.**

**V záznamovém archu** používejte rýsovací potřeby a obtáhněte **konstrukci propisovací tužkou**.

**VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 9–10**

Bod  $X$  je střed hrany  $GH$  krychle  $ABCDEFGH$ .



(CERMAT)

**1 bod**

**9** Určete odchylku  $\varphi$  přímk  $EX$  a  $CG$ .

**max. 2 body**

**10** Sestrojte řez krychle rovinou, která obsahuje hranu  $EH$  a je rovnoběžná s přímkou  $XB$ . Řez vyšrafujte.

**max. 2 body**

- 11** Přímky  $p: 3x + y + 6 = 0$  a  $q: ax + 5y - 6 = 0$  se protínají na souřadnicové ose  $x$ .

**Určete hodnotu koeficientu  $a$ .**

**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**

---

**max. 3 body**

- 12** Elipsa  $\mathcal{E}$  je určena rovnicí  $5x^2 + y^2 = 10x$ .

**Určete souřadnice středu  $S$  a výstřednost  $e$  elipsy  $\mathcal{E}$ .**

**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**

max. 3 body

**13 Přičadte každé rovnici či nerovnici (13.1–13.3) její řešení (A–E) v oboru R.**

13.1  $|x - 3| \leq 0$  \_\_\_\_\_

13.2  $|3 - x| + |3 + x| \leq 0$  \_\_\_\_\_

13.3  $|x - 3| - |x + 3| = 0$  \_\_\_\_\_

A)  $\langle -3; 3 \rangle$

B)  $\langle -3; 0 \rangle$

C)  $\{3\}$

D)  $\emptyset$

E) jiné řešení



max. 3 body

**14** Přiřadte k prvním dvěma členům každé z uvedených posloupností (14.1–14.3) následující člen (A–E), jestliže  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

14.1 Aritmetická posloupnost:  $-a; \frac{a}{2};$  \_\_\_\_\_

14.2 Geometrická posloupnost:  $-\frac{a}{2}; a;$  \_\_\_\_\_

14.3 Geometrická posloupnost:  $\frac{1}{2}; -a;$  \_\_\_\_\_

A)  $2a^2$

B)  $2a$

C)  $0$

D)  $-2a$

E) jiný člen

**2 body**

**15** Je dána rovnice:

$$\log 4 + \log 16 + \log 64 + \dots + \log 4^{19} = 20 \log x$$

**Řešením rovnice v oboru  $\mathbb{R}$  je:**

A)  $x = 2^{19}$

B)  $x = 4^{19}$

C)  $x = 19^4$

D)  $x = \frac{4^{19}}{20}$

E)  $x = \frac{2^{20}}{19}$

2 body

16 V aritmetické posloupnosti platí:

$$a_3 + a_4 = a_5$$

$$a_3 = 8$$

Které z následujících tvrzení je nepravdivé?

A)  $a_1 + a_2 + a_3 = 0$

B)  $a_2 + a_3 + a_4 = 24$

C)  $a_2 + a_3 = 8$

D)  $a_2 + a_3 < a_4$

E)  $a_4 + a_5 < a_6$

---

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Pětimístné přirozené číslo je sestaveno z pěti různých číslic. Uprostřed je vždy číslice 6. Všechny číslice jsou seřazeny sestupně, tedy od největší po nejmenší.

(Daným podmínkám vyhovují např. čísla 97650 a 87631.)

(CERMAT)

2 body

17 Kolik různých čísel je možné uvedeným způsobem sestavit?

A) 324

B) 180

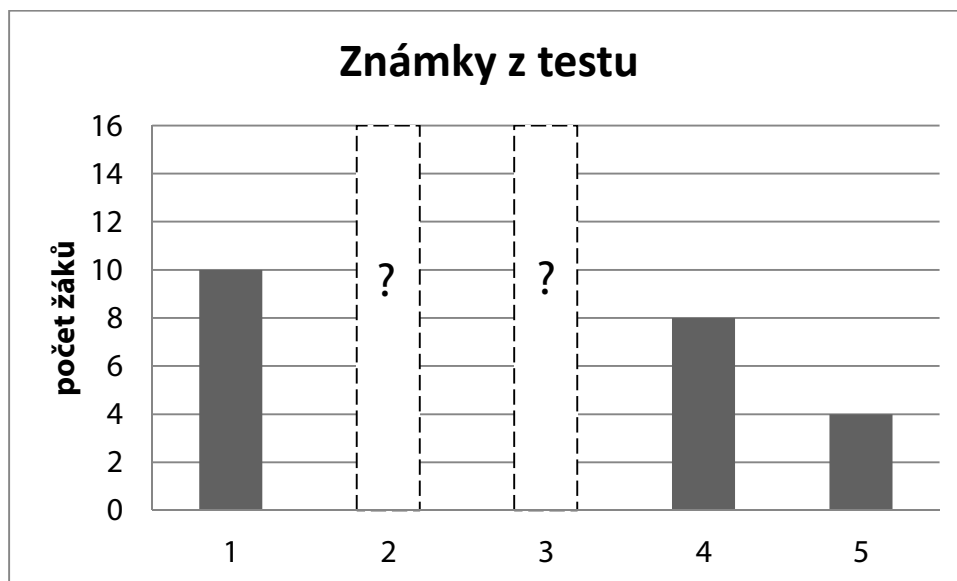
C) 45

D) 36

E) 18

### VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 18

Graf udává známky z testu, který psalo 50 žáků čtvrtých ročníků. Medián je 2,5.



(CERMAT)

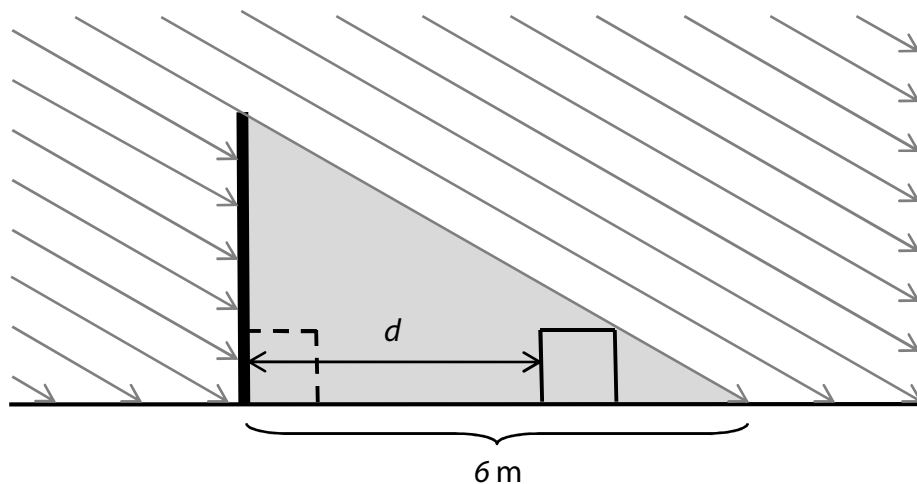
**2 body**

**18** Jaká je průměrná známka z testu?

- A) 2,58
- B) 2,60
- C) 2,62
- D) 2,64
- E) Úloha nemá řešení.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

U zdi stadionu je na vodorovné podložce položena bedna tvaru krychle o hraně délky 1 m. Zed' na zem vrhá stín do vzdálenosti 6 m. Bednu je možné posunout nejdále do vzdálenosti  $d = 3,75$  m od zdi, má-li zůstat celá ve stínu.



(CERMAT)

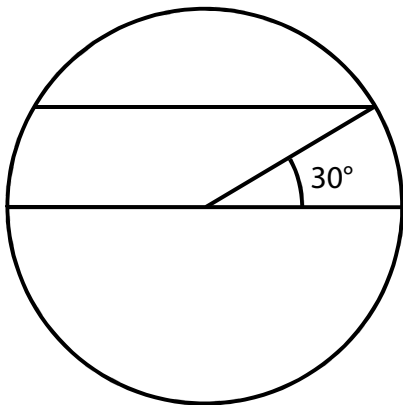
**2 body**

#### 19 Jak vysoká je zed'?

- A) Zed' je nižší než 4,8 m.
- B) 4,8 m
- C) 5,0 m
- D) 5,2 m
- E) Výšku nelze jednoznačně určit.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Zeměkoule má poloměr přibližně 6 370 km. Spojnice středu zeměkoule s libovolným bodem na třicáté rovnoběžce svírá s pomyslnou rovinou rovníku úhel  $30^\circ$ .



(CERMAT)

2 body

**20** Jaký je obsah kulového pásu mezi rovníkem a třicátou rovnoběžkou po zaokrouhlení na miliony  $\text{km}^2$ ?

- A)  $127 \cdot 10^6 \text{ km}^2$
- B)  $147 \cdot 10^6 \text{ km}^2$
- C)  $220 \cdot 10^6 \text{ km}^2$
- D)  $441 \cdot 10^6 \text{ km}^2$
- E) jiný obsah

2 body

21 Jaký je definiční obor výrazu  $\sqrt{\frac{2x+4}{x-2}}$  s reálnou proměnnou  $x$ ?

- A)  $\langle -2; 2 \rangle$
- B)  $(-\infty; -2)$
- C)  $(2; +\infty)$
- D)  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
- E) jiná množina

---

2 body

22 Vzdálenost obrazů komplexních čísel  $z_1, z_2$  v Gaussově rovině je 10. Dále platí:  $z_1 = -2, z_2 = 2 + bi$ , kde  $b \in \mathbf{R}, i$  je imaginární jednotka.

**Který z následujících zápisů je správný?**

- A)  $2 + bi = 8$
- B)  $|4 + bi| = 10$
- C)  $|4 + b| = 10$
- D)  $|4 - b| = 10$
- E)  $\sqrt{4 + b^2} = 8$

max. 3 body

23 Je dána rovnice s neznámou  $x \in \mathbf{R}$  a parametrem  $b \in \mathbf{R}$ :

$$x^2 + bx - 2b = 0$$

**Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).**

- |   | A                        | N                        |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 23.1 Pro $b = 0$ je řešením rovnice prázdná množina.        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23.2 Pro $b = 10^{25}$ má rovnice dva různé reálné kořeny.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23.3 Pro $b = -10^{25}$ má rovnice dva různé reálné kořeny. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |