

MATEMATIKA

MAMZD21C0T02

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

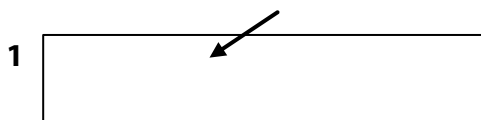
- **Didaktický test** obsahuje **26 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulátor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů. Nelze použít programovatelný kalkulátor.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- První část didaktického testu (úlohy 1–15) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 16–26) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** písíci propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově zapíšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvíte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

1 bod

1 Pro $n \in \mathbf{N}$ **odstraňte závorky a sečtěte.**

Výsledný výraz vyjádřete jediným členem, a to bez závorek.

$$(-n^4)^{-1} - n^{-4} + (-n)^{-4} =$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Čištění kapaliny probíhá ve třech fázích.

Druhá fáze trvá o třetinu déle než první fáze a třetí fáze trvá dvakrát déle než druhá fáze.

(CZVV)

1 bod

2 **Vypočtěte, kolik procent z celkové doby čištění kapaliny zabere první fáze.**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Každý kůň spotřebuje za den stejnou dávku krmiva.

Chovatel měl pro svých **deset** koní krmivo na 80 dní. Z tohoto krmiva prodal farmářce takové množství, které spotřebují její **čtyři** koně za 25 dní. Zbytek krmiva si ponechal.

Za každou denní dávku krmiva pro jednoho koně zaplatila farmářka chovateli 50 korun.

(CZVV)

max. 2 body

3 **Vypočtěte,**

3.1 kolik korun zaplatila farmářka chovateli za zakoupené krmivo,

3.2 za kolik dní spotřebují chovatelovi koně krmivo, které chovateli zbylo.

1 bod

- 4 Jedna strana obdélníku je o pětinu kratší než strana čtverce a obsahy obou těchto útvarů jsou stejné. Délku strany čtverce označíme a .

Vyjádřete délku delší strany obdélníku v závislosti na veličině a .

max. 2 body

- 5 Pro $y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ zjednodušte:

$$\frac{y-1}{1-\frac{y-1}{y}} \cdot \frac{1}{2y} =$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

max. 2 body

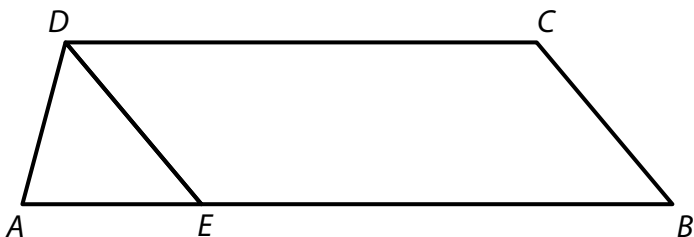
- 6 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$\frac{2x+1}{x+1} = 3 + \frac{2}{x-1}$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Lichoběžník $ABCD$ se základnou AB se skládá z trojúhelníku AED a rovnoběžníku $EBCD$.
Obsah rovnoběžníku $EBCD$ je šestkrát větší než obsah trojúhelníku AED .



(CZVV)

1 bod

7 Určete, kolikrát je základna AB lichoběžníku delší než úsečka AE .

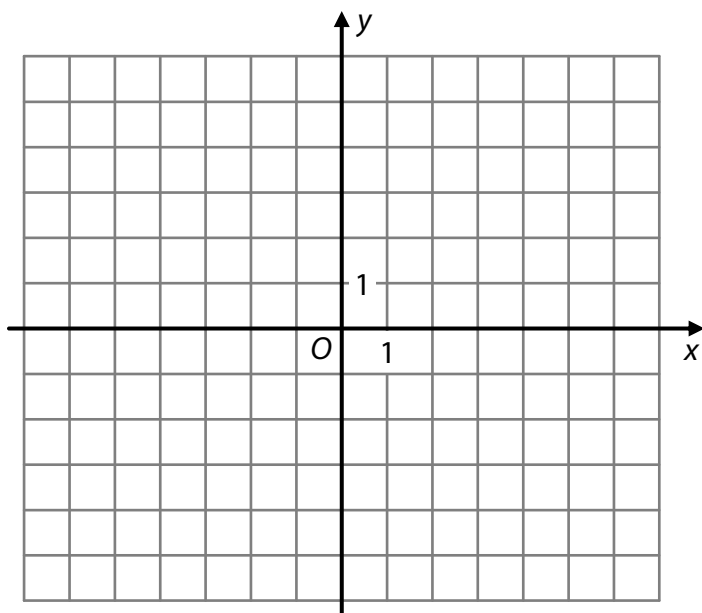
1 bod

8 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$\left(\frac{27}{8}\right)^{x+2} \cdot \frac{2^x}{3^x} = \frac{3}{2}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Graf kvadratické funkce f s definičním oborem \mathbf{R} má vrchol $V[-3; 4]$ a prochází bodem $A[-5; 0]$.



(CZVV)

max. 2 body

9

9.1 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf funkce f a vyznačte průsečíky grafu se souřadnicovými osami x, y .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

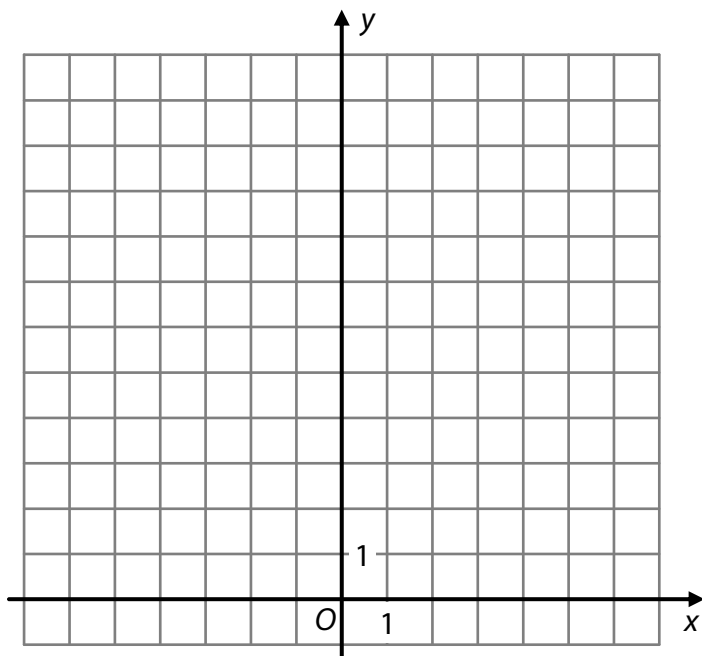
9.2 Zapište obor hodnot funkce f .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Ve vodě se v téže rovině pohybovala rovnoměrně přímočaře dvě torpéda. Směry jejich pohybu udávají vektory \vec{u} , \vec{v} . V témže okamžiku byly zaznamenány polohy A , B obou torpéd:

1. torpédo: $A[-6; 5]$; $\vec{u} = (3; 1)$

2. torpédo: $B[3; 0]$; $\vec{v} = (1; 3)$



(CZVV)

max. 2 body

10 Dráhy obou torpéd se protínají v bodě P .

10.1 Zapište souřadnice bodu $P[p_1; p_2]$.

10.2 Vypočtěte poměr vzdáleností $|AP| : |BP|$.

1 bod

11 V rovině leží bod $M[-4; 3]$ a přímka $p: y = -0,6x + 0,6$.

Určete vzdálenost bodu M od přímky p .

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Ve skupině A je 5 chlapců a 3 dívky.

Ve skupině B je 6 chlapců a 2 dívky.

(CZVV)

1 bod

- 12 Vypočtěte, kolika způsoby lze sestavit jednu smíšenou dvojici tak, aby chlapec a dívka nebyli z téže skupiny.**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

V kocourkovské firmě má na počátku každý pracovník stejnou základní hodinovou mzdu.

Ke zvýšení hodinové mzdy může dojít během kariéry nejvýše 4krát. Po každém zvýšení je poměr zvýšené mzdy ku předchozí mzdě 3 : 2.

Pan Kočka má po dvojnásobném zvýšení hodinovou mzdu o 200 korun vyšší než na počátku.

(CZVV)

max. 2 body

- 13 Vypočtěte, kolik korun činí v kocourkovské firmě**

13.1 základní hodinová mzda,

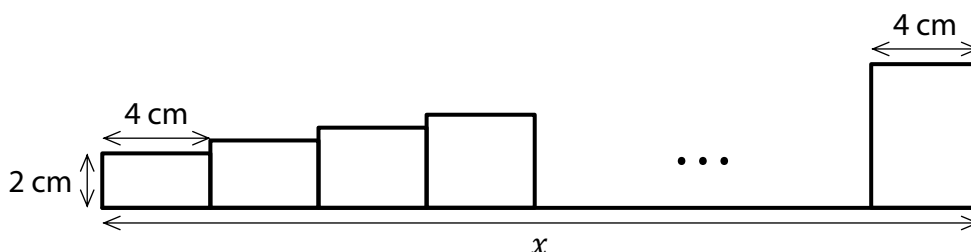
13.2 nejvyšší možná hodinová mzda.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Rovinný obrazec se skládá z pravoúhelníků (obdélníků a jednoho čtverce).

První pravoúhelník je obdélník s rozměry 4 cm a 2 cm. První rozměr (4 cm) je stejný i u všech následujících pravoúhelníků, druhý rozměr (délka svislé strany) je u každého dalšího pravoúhelníku o 0,2 cm větší než u předchozího pravoúhelníku.

Obsah posledního pravoúhelníku je 20 cm^2 .



(CZVV)

max. 3 body

14 Vypočtěte

- 14.1 pořadí pravoúhelníku, který je čtverec,
- 14.2 v cm délku x celého obrazce,
- 14.3 v cm^2 obsah celého obrazce.

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy celý **postup řešení**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Ve skladu bylo na začátku dubna 800 párů vycházkových bot a 300 párů sportovních bot.

Při inventuře na konci dubna se zjistilo, že se v tomto měsíci prodalo čtyřikrát více párů vycházkových bot než sportovních, a ve skladu tak zbylo o 140 párů vycházkových bot více než sportovních.

(CZVV)

max. 3 body

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtete, kolik párů**

15.1 vycházkových bot se v dubnu prodalo,

15.2 bot (vycházkových i sportovních dohromady) bylo ve skladu při inventuře na konci dubna.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Jsou dány funkce f, g s definičními obory \mathbf{R} .

$$f: y = -2 - x$$

$$g: y = -2x$$

(CZVV)

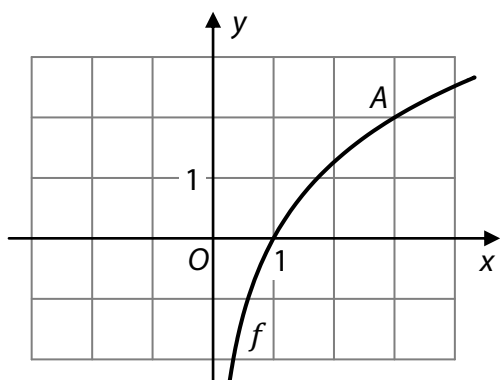
max. 2 body

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- | | A | N |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 16.1 $f(1) < g(1)$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.2 Funkce f je rostoucí. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.3 Funkce g je konstantní. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.4 Grafy funkcí f a g mají společný bod $P[2; -4]$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 17

Logaritmická funkce $f: y = \log_a x$ s definičním oborem $(0; +\infty)$ je dána grafem. Graf prochází mřížovým bodem A .



(CZVV)

2 body

17 Jaká je hodnota základu a logaritmické funkce f ?

- A) $\frac{2}{3}$
- B) $\sqrt[3]{2}$
- C) $\sqrt{2}$
- D) $\frac{3}{2}$
- E) $\sqrt{3}$

2 body

18 Je dán výraz V s reálnou proměnnou x :

$$V(x) = \frac{x^2}{x(x+2)} + \frac{x}{x+1} - \frac{x}{x+2}$$

Které tvrzení je pravdivé?

- A) Hodnota výrazu V je nulová pro $x = 0$.
- B) Hodnota výrazu V je rovna 2 pro $x = -2$.
- C) Hodnota výrazu V je pro $x = -3$ menší než pro $x = 3$.
- D) Hodnota výrazu V nemůže být rovna 1.
- E) Hodnota výrazu V nemůže být nikdy záporná.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 19

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou dány body $A[3; -2]$, $B[1; 6]$, $C[-10; -1]$.
Bod D je vrchol lichoběžníku $ABCD$, jehož základna CD je dvakrát delší než základna AB .

(CZVV)

2 body

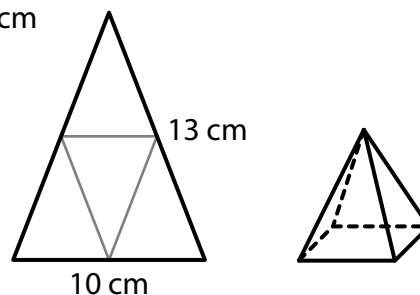
19 Jaké jsou souřadnice vrcholu D ?

- A) $[-6; -17]$
- B) $[-9; -5]$
- C) $[-11; 3]$
- D) $[-14; 15]$
- E) jiné souřadnice

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

V rovnoramenném trojúhelníku mají ramena délku 13 cm a základna délku 10 cm.

Trojúhelník podél středních příček rozstříháme na čtyři shodné menší trojúhelníky a vytvoříme z nich **plášť** pravidelného čtyřbokého jehlanu.



(CZVV)

2 body

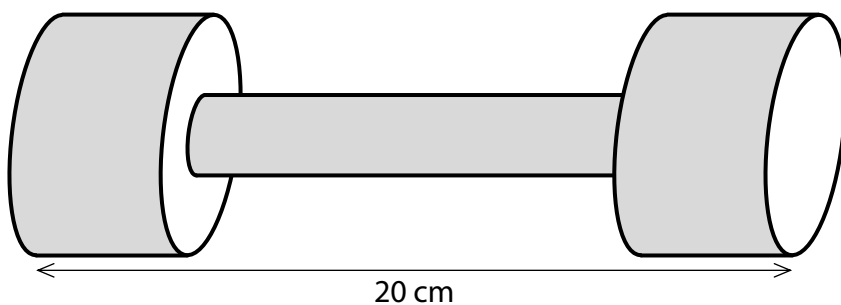
20 Jaký je povrch jehlanu (včetně podstavy)?

- A) 72 cm^2
- B) 85 cm^2
- C) 90 cm^2
- D) 91 cm^2
- E) jiný povrch

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 21–22

Kovová činka se skládá ze tří rotačních válců. Osy všech tří válců splývají.

Dva shodné krajní válce mají **průměr** podstavy 6 cm a výšku 4 cm, prostřední válec má průměr podstavy 2 cm. Délka celé činky je 20 cm.



(CZVV)

2 body

21 Jaký je objem činky?

- A) $84\pi \text{ cm}^3$
- B) $92\pi \text{ cm}^3$
- C) $184\pi \text{ cm}^3$
- D) $192\pi \text{ cm}^3$
- E) jiný objem

2 body

22 Jaký je povrch činky?

- A) menší než $88\pi \text{ cm}^2$
- B) $88\pi \text{ cm}^2$
- C) $106\pi \text{ cm}^2$
- D) $108\pi \text{ cm}^2$
- E) větší než $108\pi \text{ cm}^2$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Ze 110 osob si 30 osob koupilo po dvou losích a ostatní osoby si koupily po jednom losu.
Ze všech losů zakoupených těmito osobami vyhraje jediný.

(CZVV)

2 body

23 Jaká je pravděpodobnost, že vítězný los bude patřit některé osobě, která si koupila 2 losy?

- A) $\frac{3}{4}$
- B) $\frac{3}{7}$
- C) $\frac{3}{8}$
- D) $\frac{3}{11}$
- E) $\frac{3}{14}$

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 24

Každý účastník soutěže mohl získat 0, 1, 2, 3, nebo 4 body.

Výsledky soutěže jsou uvedeny v tabulce. Některá pole tabulky nejsou vyplněna.

Počet účastníků soutěže, kteří získali					Počet všech účastníků soutěže	Medián získaných bodů	Aritmetický průměr získaných bodů
0 bodů	1 bod	2 body	3 body	4 body			
1			8	12	28		

(CZVV)

2 body

24 Aritmetický průměr získaných bodů byl roven mediánu získaných bodů.

Kolik účastníků soutěže získalo 2 body?

- A) méně než 3
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) více než 5

25 Přiřadte ke každé nerovnici (25.1–25.4) množinu všech jejích řešení (A–F) v oboru \mathbb{R} .

25.1

$$(x - 3)(x + 2) < 0 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

25.2

$$\frac{x + 3}{2 - x} < 0 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

25.3

$$\frac{(x - 3)^2}{x + 2} < 0 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

25.4

$$\frac{(x + 3)(x - 2)}{x + 3} < 0 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

A) $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$

B) $(-\infty; -3) \cup (-3; 2)$

C) $(-\infty; -2)$

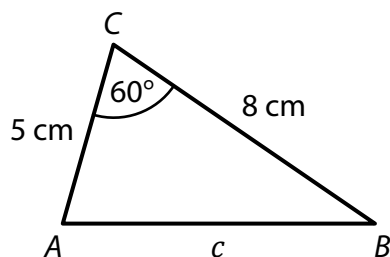
D) $(-\infty; 2)$

E) $(-3; 2)$

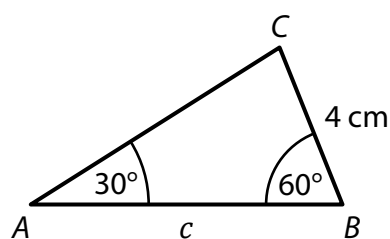
F) $(-2; 3)$

26 Přiradte ke každému zadání trojúhelníku ABC (26.1–26.3) odpovídající délku c úsečky AB (A–E).

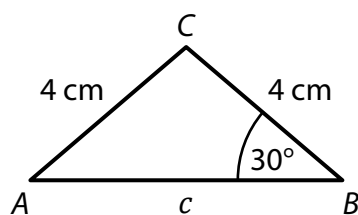
26.1 $|BC| = 8 \text{ cm}$, $|AC| = 5 \text{ cm}$, $|\sphericalangle ACB| = 60^\circ$ _____



26.2 $|BC| = 4 \text{ cm}$, $|\sphericalangle ABC| = 60^\circ$, $|\sphericalangle BAC| = 30^\circ$ _____



26.3 $|AC| = |BC| = 4 \text{ cm}$, $|\sphericalangle ABC| = 30^\circ$ _____



- A) $4\sqrt{2} \text{ cm}$
- B) 6 cm
- C) $4\sqrt{3} \text{ cm}$
- D) 7 cm
- E) 8 cm