

MATEMATIKA ROZŠIŘUJÍCÍ

MXMVD23C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

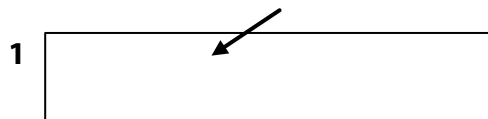
- **Didaktický test** obsahuje **22 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů. Nelze použít programovatelný kalkulačtor.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–11) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 12–22) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** písíci propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

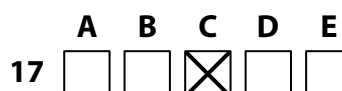
- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvíte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

1 bod

1 Vyjádřete v algebraickém tvaru komplexní číslo z , pro které platí:

$$z = \frac{5i}{2+i}$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Reálné číslo x je **záporné**.

Hodnota výrazu $(x - 9)(x + 9)$ je rovněž záporná.

(CZVV)

1 bod

2 Určete množinu všech x splňujících dané podmínky.

max. 2 body

3 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$|x + 10| + 40 = |x - 30|$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Parabola má vrchol v počátku $O[0; 0]$ kartézské soustavy souřadnic Oxy a její osou je souřadnicová osa y .

Tečny vedené k této parabole z bodu $P[0; -1]$ jsou na sebe kolmé.

(CZV)

max. 3 body

4 Sestavte

- 4.1 rovnice obou těchto tečen,
- 4.2 rovnici paraboly.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je dána kružnice k se středem S a poloměrem r .

$$k: x^2 + y^2 - 2(x - 2y) = 0$$

(CZVV)

max. 2 body

5

5.1 Určete souřadnice středu S .

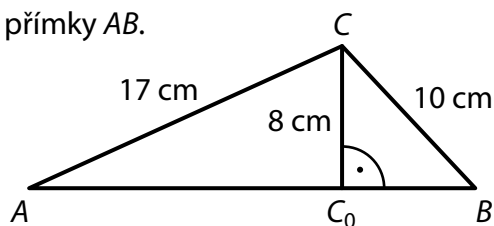
5.2 Vypočtete poloměr r .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Rotační těleso vzniklo rotací trojúhelníku ABC kolem přímky AB .

V trojúhelníku ABC je vnitřní úhel při vrcholu C tupý,
úsečka CC_0 je výška na stranu AB a platí:

$$|AC| = 17 \text{ cm}, |BC| = 10 \text{ cm}, |CC_0| = 8 \text{ cm}$$



(CZVV)

max. 2 body

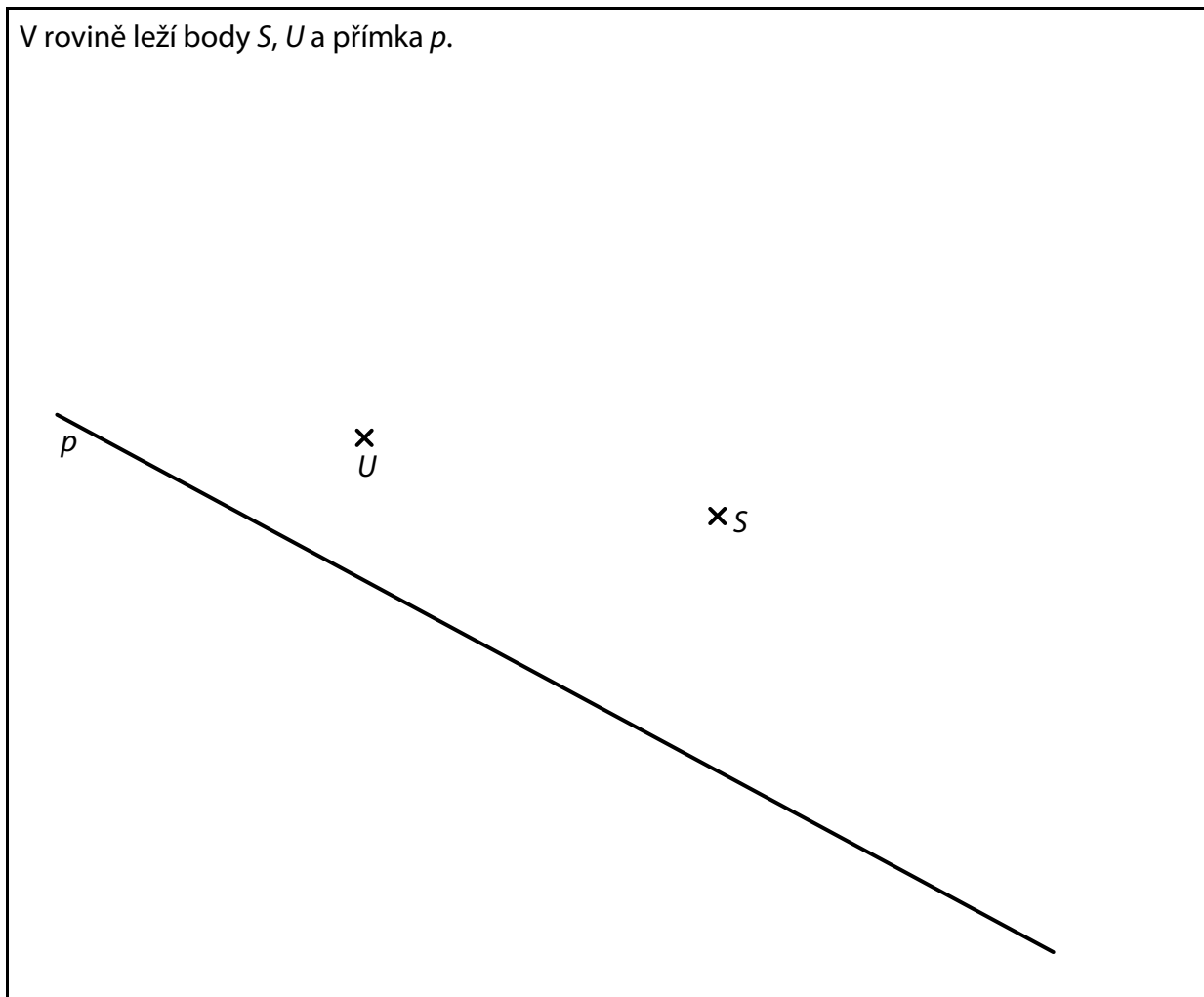
6 Vypočtete

6.1 v cm^2 povrch rotačního tělesa,

6.2 v cm^3 objem rotačního tělesa.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V rovině leží body S , U a přímka p .



(CZVV)

max. 3 body

- 7** Na přímce p leží vrchol B rovnostranného trojúhelníku ABC .
Bod S je střed strany BC tohoto trojúhelníku a bod U leží na straně AC .
- 7.1 Hledáme vrcholy trojúhelníku ABC .
Proveďte náčrtek trojúhelníku ABC a запиšte rozbor nebo postup konstrukce pro vrchol C tohoto trojúhelníku.
- 7.2 V obrázku sestrojte vrcholy trojúhelníku ABC a trojúhelník narýsujte.
Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Při hře házíme žetonem, na němž může padnout buď číslo 1, nebo číslo 0, a to se stejnou pravděpodobností.

Pokud padne číslo 1, házíme žetonem znovu.

Hra končí, jakmile padne číslo 0, nebo padne-li číslo 1 celkem sedmkrát.

Nejkratší hra končí padnutím čísla 0 již v prvním hodu.

Skončí-li hra padnutím čísla 0 např. až v 7. hodu, číslo 1 padne za celou hru právě 6krát.

(CZVV)

max. 3 body

8 Vypočtete pravděpodobnost jevu:

8.1 Číslo 1 padne za celou hru právě 3krát.

8.2 Číslo 1 padne za celou hru nejvýše 4krát.

8.3 Číslo 1 padne za celou hru alespoň jednou.

Výsledky nezaokrouhľujte.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Pan K na jeden rok investoval všechny své úspory do dvou různých fondů (A, B). Částka, kterou vložil do fondu A, byla o třetinu vyšší než částka, kterou vložil do fondu B. Celkový roční výnos z úspor pana K byl 13 %. Přitom roční výnos z částky vložené do fondu A byl jen 10 %.

Makléř panu K původně radil obě částky vzájemně zaměnit, tedy tu vyšší vložit do fondu B a nižší do fondu A.

(Vzájemná záměna vložených částek by nezměnila výkonnost jednotlivých fondů. Zdanění výnosů ani poplatky neuvažujte.)

(CZVV)

max. 3 body

9 Vypočtete v procentech, jaký by byl celkový roční výnos z úspor pana K, kdyby je byl investoval podle makléřovy rady.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

max. 2 body

10 Je dána konečná posloupnost $(a_n)_{n=1}^{118}$, kde $a_n = \sin \frac{n \cdot \pi}{5}$.

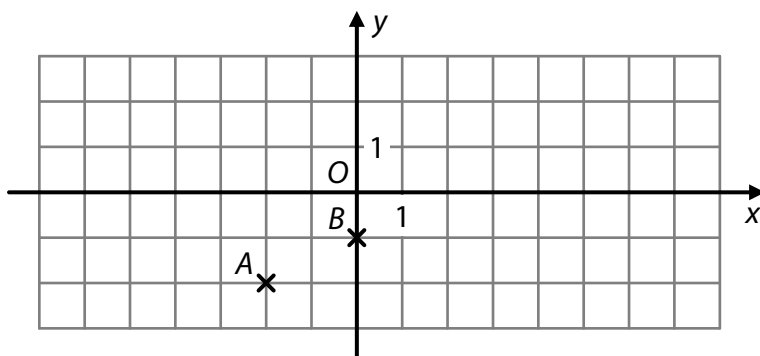
Určete, pro kolik ze všech 118 členů dané posloupnosti platí:

$$a_n = \sin\left(-\frac{\pi}{5}\right)$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou dány body $A[-2; -2]$, $B[0; -1]$ a bod $C[c; 0]$ na souřadnicové ose x , kde $c \in \mathbf{R}$.



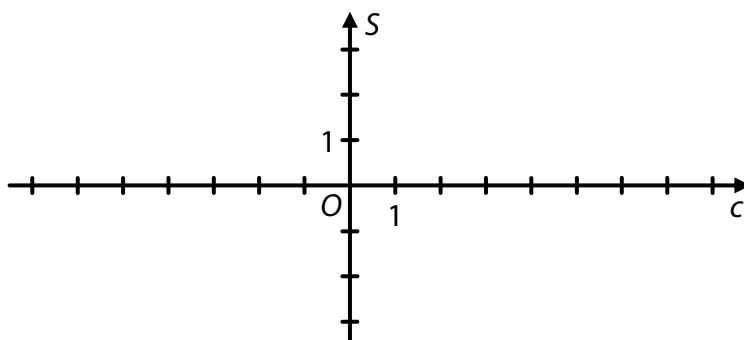
(CZVV)

max. 3 body

11

11.1 **Vypočtete obsah** trojúhelníku ABC pro $c = 8$.

11.2 **Sestavte předpis** funkce, která vyjadřuje závislost obsahu S trojúhelníku ABC na souřadnici $c \in \mathbf{R}$ bodu C ,
a **sestrojte graf** této funkce v uvedené soustavě souřadnic.



V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení** a obtáhněte graf **propisovací tužkou**.

max. 3 body

12 Přiřadte ke každému výrazu (12.1–12.3) výraz (A–F), který je mu roven pro všechna $a \in (0; +\infty)$.

12.1 $a^3 \cdot \sqrt[3]{a^6}$ _____

12.2 $a^3 : \sqrt{a^{-3}}$ _____

12.3 $\sqrt{a^6} : \sqrt{\sqrt[3]{a^4}}$ _____

A) a^5

B) $a^4 \cdot \sqrt{a}$

C) a^4

D) $a^2 \cdot \sqrt[3]{a}$

E) a^2

F) žádný z uvedených

13 Každá funkce daná některým z následujících předpisů (13.1–13.3) je definována pro všechny přípustné hodnoty $x \in \mathbf{R}$.

Přiřadte ke každému předpisu funkce (13.1–13.3) odpovídající graf funkce (A–F).

13.1

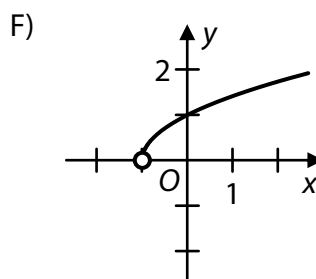
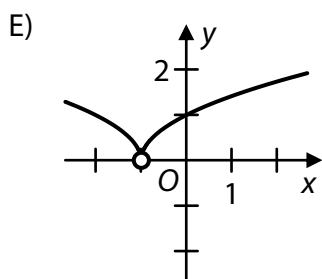
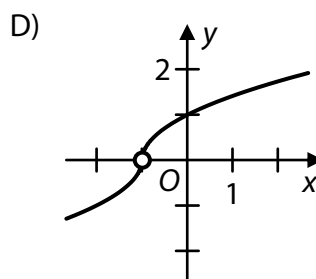
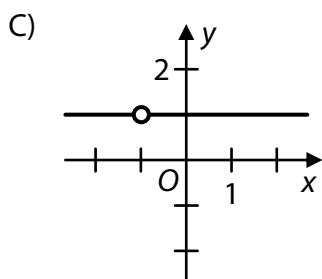
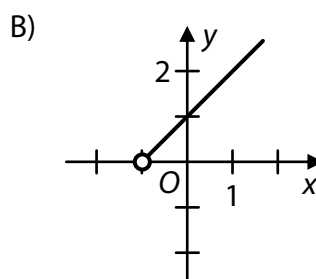
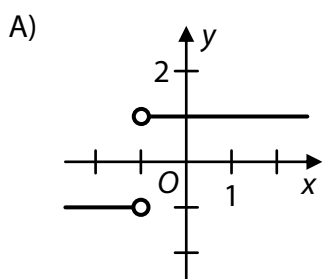
$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{|x + 1|} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

13.2

$$y = \frac{\sqrt{(x + 1)^3}}{|x + 1|} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

13.3

$$y = \frac{\sqrt[3]{|x + 1|^3}}{x + 1} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$



VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Do prázdné nádrže přitéká voda otvorem s nastavitelnou velikostí $x \in \langle a; b \rangle$.

Objem vody V , který proteče otvorem za jednotku času, je přímo úměrný nastavené velikosti otvoru x .

Celá nádrž se otvorem o nastavené velikosti x naplní za y hodin, kde $y \in \langle c; d \rangle$.

Nastavená velikost otvoru se v průběhu plnění nádrže nemění.

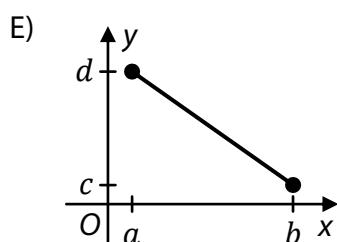
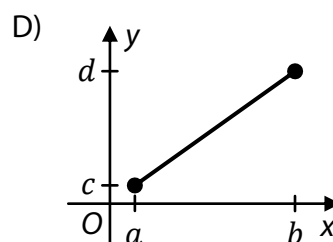
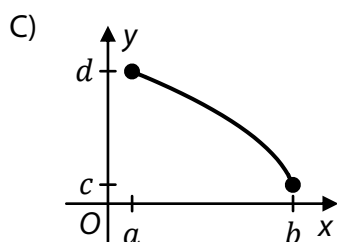
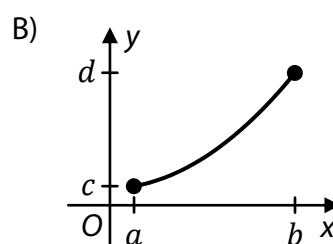
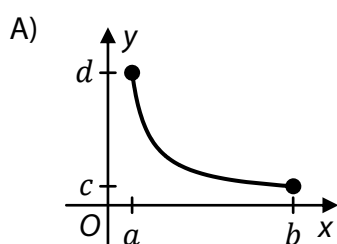
(Čísla a, b, c, d jsou konkrétní kladná reálná čísla.)

(CZVM)

2 body

14 Každý z následujících grafů (A–E) je sestaven v kartézské soustavě souřadnic Oxy .

Který z grafů může popisovat závislost doby, za niž se naplní celá nádrž, na nastavené velikosti otvoru, tj. závislost y na x ?



VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je součet prvních šesti členů $a_1 + a_2 + \dots + a_6$ o 270 menší než součet druhých šesti členů $a_7 + a_8 + \dots + a_{12}$.

(CZVV)

2 body

15 O kolik se liší součet prvních tří členů $a_1 + a_2 + a_3$ a součet druhých tří členů $a_4 + a_5 + a_6$?

- A) o 22,5
- B) o 45
- C) o 67,5
- D) o 135
- E) o jinou hodnotu

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Je dána nekonečná geometrická řada $a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$, kde pro všechna přirozená čísla n platí:

$$a_n = \frac{-3^{2n-1}}{4^n}$$

Pokud existuje součet této řady, označíme jej s .

(CZVV)

2 body

16 Které tvrzení je pravdivé?

- A) $s \in (-10^{10}; -10)$
- B) $s \in (-10; 0)$
- C) $s \in (0; 10)$
- D) $s \in (10; 10^{10})$
- E) Konečný součet s neexistuje (řada je divergentní).

17 Je dána nerovnice:

$$\frac{2}{x} + \frac{x}{2x - x^2} \geq \frac{-1}{x - 2}$$

Jaká je množina všech řešení dané nerovnice v oboru \mathbb{R} ?

- A) $(0; 2)$
- B) $(0; 2) \cup (2; +\infty)$
- C) $(2; +\infty)$
- D) $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$
- E) $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

V pekařství mají housky dvou velikostí.

Hmotnost 4 velkých housek je stejná jako hmotnost 9 malých housek, přitom 1 velká houska stojí stejně jako 2 malé housky.

V pekařství uvádějí u pečiva také měrnou cenu, tj. cenu přepočtenou na 1 kg pečiva.

(CZVV)

2 body

18 **O kolik procent je měrná cena malé housky vyšší než měrná cena velké housky?**

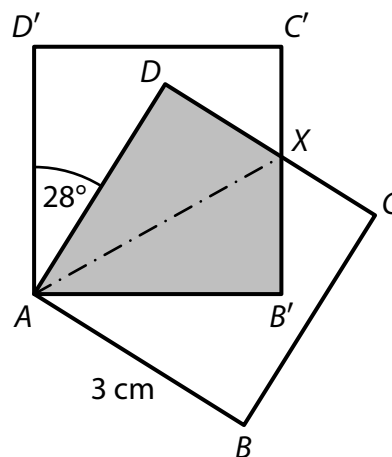
- A) o 7,5 %
- B) o 8 %
- C) o 9 %
- D) o 11,1 %
- E) o 12,5 %

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

V otočení $\mathcal{R}(A; 28^\circ)$ je čtverec $AB'C'D'$ obrazem čtverce $ABCD$ se stranou délky 3 cm.

Bod X je průsečík úseček CD a $B'C'$.

Průnikem obou čtverců je šedý čtyřúhelník $AB'XD$, který je osově souměrný podle osy AX .



(CZVV)

2 body

19 Jaký je obsah šedého čtyřúhelníku $AB'XD$?

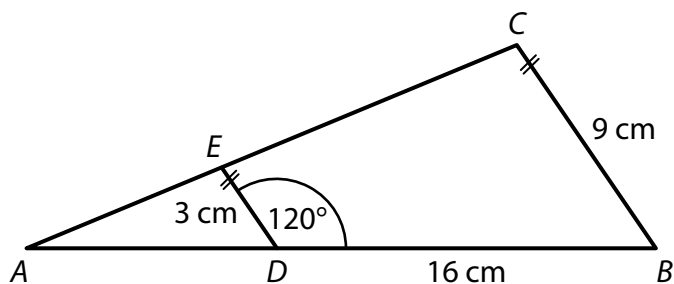
(Výsledek je zaokrouhlen na desetiny cm^2 .)

- A) $4,6 \text{ cm}^2$
- B) $4,8 \text{ cm}^2$
- C) $5,0 \text{ cm}^2$
- D) $5,2 \text{ cm}^2$
- E) $5,4 \text{ cm}^2$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

V trojúhelníku ABC leží na straně AB bod D a na straně AC bod E .

Platí: $DE \parallel BC$, $|DE| = 3 \text{ cm}$, $|BC| = 9 \text{ cm}$, $|BD| = 16 \text{ cm}$, $|\sphericalangle BDE| = 120^\circ$.



(CZVV)

2 body

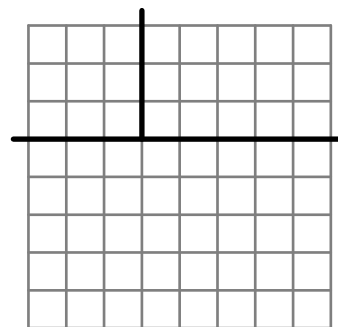
20 Jaká je délka úsečky AE ?

- A) $3\sqrt{3} \text{ cm}$
- B) 6 cm
- C) $4\sqrt{3} \text{ cm}$
- D) 7 cm
- E) $\sqrt{55} \text{ cm}$

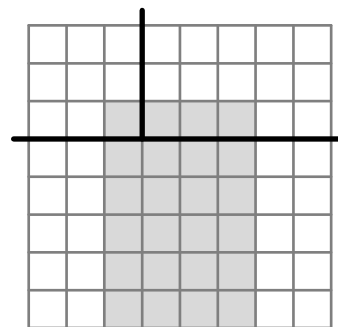
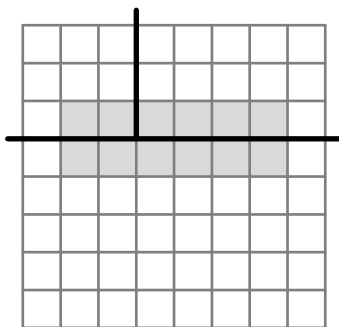
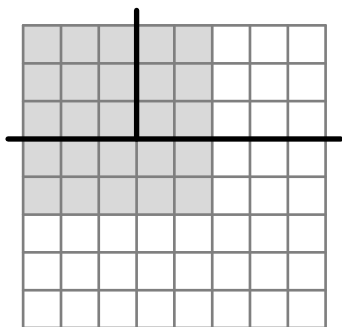
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZKY K ÚLOZE 21

Čtvercová síť má 8×8 polí a je rozdělena na tři části, z nichž každá obsahuje pouze celá pole (viz obrázek vpravo).

Vybarvením celých polí čtvercové sítě vytvoříme takový pravoúhelník (čtverec nebo obdélník), který pokrývá alespoň jedno pole v každé ze tří částí čtvercové sítě.



Podmínkám vyhovují např. následující šedé pravoúhelníky:



(CZVV)

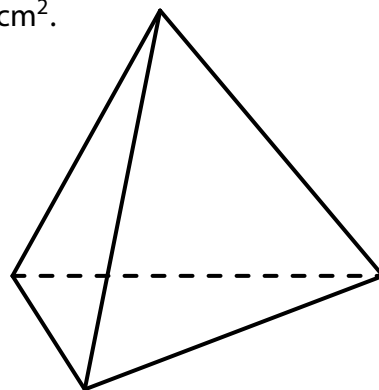
2 body

21 Kolika způsoby můžeme vytvořit pravoúhelník vyhovující zadání?

- A) 69
- B) 75
- C) 135
- D) 225
- E) 450

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Je dán pravidelný čtyřstěn, jehož každá stěna má obsah $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$.



(CZVV)

max. 3 body

22 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (22.1–22.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

22.1 Délka hrany čtyřstěnu je 6 cm.

A **N**

22.2 Výška čtyřstěnu je větší než 5 cm.

22.3 Objem čtyřstěnu je $18\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.
