

MATEMATIKA

MAMZD24C0T04

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

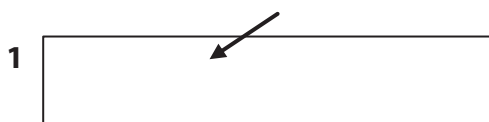
- **Didaktický test** obsahuje **25 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů. Nelze použít programovatelný kalkulačtor.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–14) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 15–25) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšíci propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšte čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvete původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

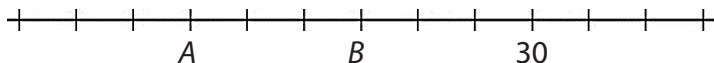
TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

1 bod

- 1** Na číselné ose je vyznačeno 13 bodů, které oddělují 12 stejných dílků. Jeden z bodů je obrazem čísla 30 a další dva jsou obrazy čísel A a B .

Platí: $B - A = 45$.

Určete čísla A a B .



VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Lukáš si na internetové televizi zaplatil sledování všech dílů oblíbeného seriálu. První týden viděl 40 % všech dílů seriálu, druhý týden $\frac{3}{8}$ všech dílů seriálu a třetí týden mu zbývalo zhlédnout ještě posledních 9 dílů do konce seriálu.

2 body

- 2** Kolik dílů celkem měl seriál, který Lukáš sledoval?

1 bod

- 3** Objem koule je $x \text{ dm}^3$ a povrch této koule je $y \text{ dm}^2$, přičemž $x = y$.

Určete poloměr koule.

Výsledek uveďte v dm.

2 body

- 4** V oboru $\mathbb{R}$ řešte soustavu nerovnic:

$$\frac{1+3x}{4} > \frac{1-2x}{3}$$

$$-6x \leq 1-7x$$

Výsledek zapište pomocí **intervalu**.

max. 2 body

5 V oboru $\mathbb{R}$ řešte rovnici:

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-x} = \frac{1}{x} - 1$$

Do záznamového archu uveďte celý postup řešení.

max. 2 body

6 Pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ zjednodušte výraz:

$$\left(\frac{x+1}{2x-2} + \frac{9-3x}{2x^2-2} - \frac{x}{2x+2} \right) : \frac{3}{4x^2-4} =$$

Do záznamového archu uveďte celý postup řešení.

max. 2 body

- 7 Předpis funkce f , definované pro všechna $x \in \mathbf{R}$, je

$$y = 5^{x-1} - 5^{x-2}$$

Určete všechna $x \in \mathbf{R}$, pro která je hodnota funkce f rovna 20.

Do záznamového archu uveďte celý postup řešení.

max. 2 body

- 8 Předpis funkce f , definované pro všechna přípustná $x \in \mathbf{R}$, je

$$y = \log_4(2x + 1)$$

- 8.1 **Určete definiční obor funkce f . Zapište ho pomocí intervalu.**

- 8.2 **Určete všechna $x \in \mathbf{R}$, pro která je hodnota funkce f rovna $-\frac{1}{2}$.**

1 bod

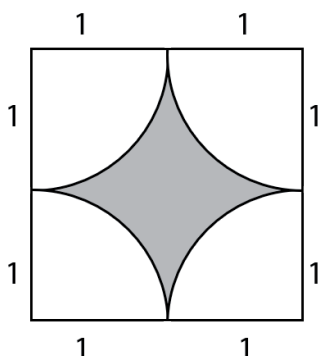
- 9 Předpis kvadratické funkce g pro všechna $x \in \mathbf{R}$ je

$$y = x^2 - 2x - 2$$

Určete kartézské souřadnice vrcholu paraboly, která je grafem funkce g .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Dvoubarevná dlaždice, znázorněná na obrázku, má tvar čtverce. Strana tohoto čtverce má délku 2 jednotky. Hranice tmavé části dlaždice tvoří čtyři kružnicové oblouky. Každý z nich má střed v jiném vrcholu čtverce a poloměr 1 jednotku.



2 body

- 10 Jaký je poměr obsahu tmavé části dlaždice z výchozího obrázku ku obsahu celé této dlaždice?

Výsledek vyjádřete pomocí čísla π .

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Nová sociální síť měla na konci prvního měsíce svého fungování 6 000 uživatelů. Každý další měsíc se počet uživatelů této sociální sítě zvýšil o polovinu oproti předchozímu měsíci.

2 body

11 Jaký byl počet uživatelů na konci 4. měsíce fungování této sociální sítě?

2 body

12 V trojúhelníku ABC jsou dány délky stran $a = 7$ cm; $b = 8$ cm; $c = 13$ cm.

Vypočítejte součet dvou vnitřních úhlů trojúhelníku ABC , z nichž ani jeden není největším vnitřním úhlem tohoto trojúhelníku.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Bazén má tvar kváдру. Po vypuštění bazénu dosahuje voda na celém jeho dně do výšky 4 mm. Celkový objem této vody je 20 hl. Šířka bazénu je o 5 m menší než jeho délka.

max. 2 body

13 Vypočítejte šířku a délku bazénu.

Výsledek uveďte v metrech.

Do záznamového archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Dva traktory, které orají různě rychle, zorají pole společně za 4 hodiny. Kdyby nejdříve zoral jeden z traktorů právě polovinu pole a potom druhý traktor zoral zbývající polovinu pole, celková doba orby by byla 9 hodin.

max. 2 body

14 Vypočítejte, za kolik hodin by zoral celé pole první traktor a za kolik hodin druhý traktor.

Každý z traktorů orá stabilní rychlostí bez poruch a rychlostních výkyvů.

Do záznamového archu uveďte celý postup řešení.

max. 3 body

15 Pro $n \in \mathbf{N}$ je dána posloupnost vzorcem pro n -tý člen:

$$a_n = \frac{82 - 6n}{5}$$

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

	A	N
15.1 První tři členy dané posloupnosti jsou $a_1 = 15,2$; $a_2 = 14$; $a_3 = 12,8$.	☐	☐
15.2 Pro danou posloupnost platí $a_{n+10} - a_n = 12$.	☐	☐
15.3 Součet prvních 25 členů dané posloupnosti je 20 ($s_{25} = 20$).	☐	☐

1 bod

16 Délka 40 mm na mapě odpovídá vzdálenosti 20 km ve skutečnosti.

Jaké je měřítko mapy?

- A) 1 : 500
- B) 1 : 5 000
- C) 1 : 50 000
- D) 1 : 500 000
- E) jiný výsledek

2 body

- 17 Kód na kódovacím zámku kufru je tvořen čtyřmi **navzájem různými číslicemi**. Víme, že první číslice kódu je 7. Číslice na druhé, třetí a čtvrté pozici jsou číslice od 0 do 9.

Která z následujících možností odpovídá počtu všech různých kódů, které mohou být za daných podmínek na zámku nastaveny? Uvažujte, že zámek je zcela funkční.

A) $\binom{10}{4}$

B) $\binom{9}{3}$

C) $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

D) $10 \cdot 9 \cdot 8$

E) $9 \cdot 8 \cdot 7$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

V kartézské souřadnicové soustavě jsou dány body $A[5; 2]$, $B[1; 5]$ a $C[-2; 1]$.

Tyto body tvoří trojúhelník ABC .

max. 4 body

- 18.1 **Jaká je velikost výšky v_c** (výška na stranu c)?

A) 5

B) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

C) $5\sqrt{2}$

D) $\sqrt{5}$

E) jiný výsledek

18.2 **Jaká je velikost těžnice t_c (těžnice na stranu c)?**

- A) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
- B) $5\sqrt{2}$
- C) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$
- D) $5\sqrt{5}$
- E) jiný výsledek

1 bod

19 Je dán zlomek $\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$.

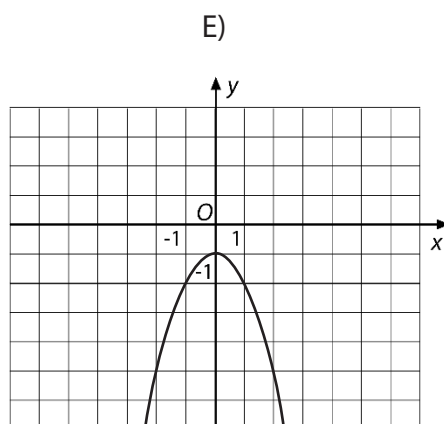
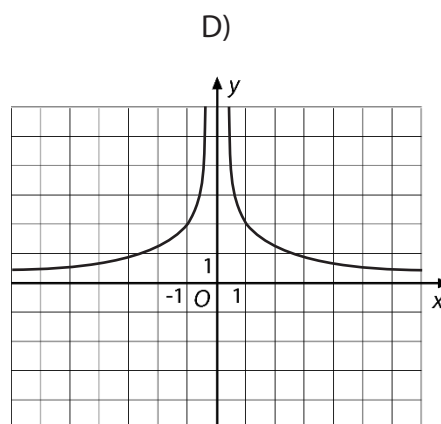
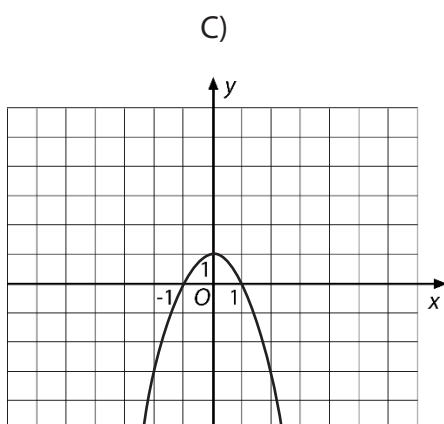
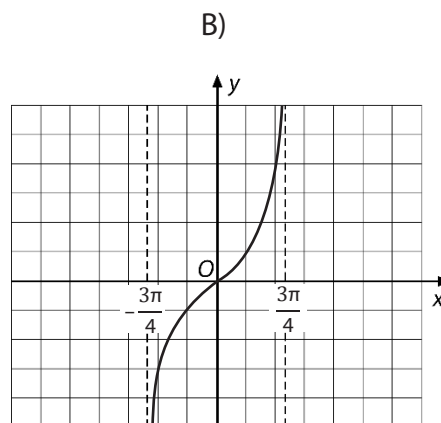
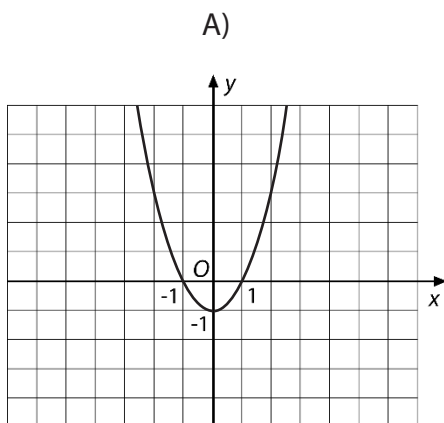
Do kterého z následujících tvarů lze tento zlomek upravit?

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $1+\sqrt{2}$
- C) 1
- D) $\sqrt{2}$
- E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

20 Předpis funkce f pro všechna x z definičního oboru této funkce je

$$y = -x^2 - \operatorname{tg} \frac{3}{4} \pi$$

Který z následujících obrázků (A–E) je grafem funkce f v kartézské soustavě souřadnic Oxy ?



2 body

21 Předpis funkce g je

$$y = (x - 3) \cdot (x + 5) \cdot (x^2 + 1)$$

Jaké číslo bude výsledkem, sečte-li se počet průsečíků funkce g s osou x a počet průsečíků funkce g s osou y ?

- A) 4
- B) 3
- C) 2
- D) 1
- E) 0

2 body

22 Jsou dána čísla A a B .

$$A = 1000! \cdot 3!$$

$$B = 999! \cdot 5!$$

Kolikrát je číslo A větší než číslo B ?

- A) 3krát
- B) 5krát
- C) 50krát
- D) 1 000krát
- E) Číslo A je menší než číslo B .

2 body

23 Aritmetický průměr čísel $12; 4; 6x - 2; x + 1; 4x; 4x + 3; 2x - 2; 5x - 4$ je 12,5.

Jaký je medián těchto čísel?

- A) 12
- B) 12,5
- C) 13
- D) 14
- E) 16

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 24

Je dán algebraický výraz:

$$\frac{x^2 - 16}{2x^2 - 7x - 4}$$

max. 4 body

24 Ke každé podúloze (24.1–24.2) přiřadte odpovídající výsledek (A–F).

24.1 Jaké jsou všechny hodnoty x , pro něž zadaný výraz nemá smysl? _____

24.2 Jaké jsou všechny nulové body tohoto výrazu? _____

- A) $-4; 4$
- B) 4
- C) -4
- D) $-\frac{1}{2}; 4$
- E) $-\frac{1}{2}$
- F) jiný výsledek

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 25

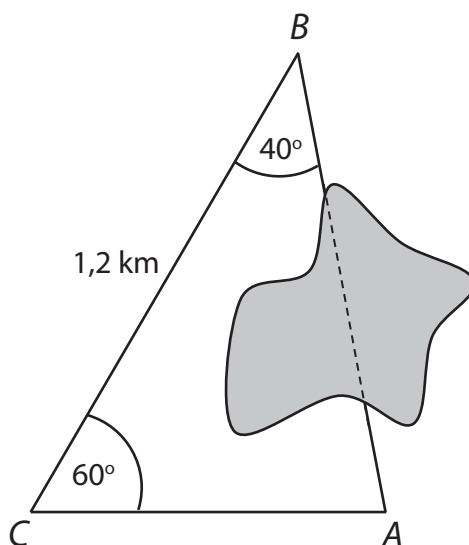
Místo A je od místa B oddělené vodní nádrží (šedá plocha). Most, který vede přes nádrž po nejkratší spojnici z A do B , se opravuje. Proto se musí (dle obrázku) užívat cesta tvořená přímými úseky AC a CB .

Jsou známy tyto údaje: $|CB| = 1,2 \text{ km}$

$\beta = 40^\circ$ (úhel při vrcholu B)

$\gamma = 60^\circ$ (úhel při vrcholu C)

Jakmile se most opraví, bude možné využívat i přímou cestu z A do B .



2 body

- 25 O kolik metrů se zkrátí cesta z A do B po opravě mostu, využije-li se přímá cesta?

Výsledek zaokrouhlete na stovky metrů.

- A) 600
- B) 800
- C) 900
- D) 1 000
- E) 1 100

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.
